Riešené úlohy - Testovanie 9 (2010)

Bc. Michal Ivaška

Dokument obsahuje riešené úlohy z certifikačného testu z matematiky z roku 2010.

Zdroj úloh: `http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2010/Mat-SJ-fA.pdf`.

1 Úlohy bez ponúkaných možností

Úloha 1 *Vypočítajte x, ktoré je riešením rovnice $4(x-8)=28$.*

Riešenie. Najprv roznásobíme ľavú stranu rovnice: $4x-32=28$. Ďalej k obom stranám rovnice pripočítame číslo 32, čím dostávame $4x=28+32$, teda $4x=60$. Po vydelení oboch strán rovnice číslom 4 máme riešenie $x=15$.

Úloha 2 *Kovová tyč meria 1,2 metra. O koľko decimetrov je štvrtina kovovej tyče menšia ako päť šestín kovovej tyče?*

Riešenie. Štvrtina tyče meria $1,2:4=0,3$ metra. Päť šestín kovovej tyče merajú $1,2:6=0,2.5=1$ meter. Jeden meter je od 0,3 metra väčší o 7 decimetrov.

Úloha 3 *Barborka si do školy vybrala batoh, ktorý bol trikrát drahší ako vrecko na prezuvky. Ak by bol batoh o 30 eur lacnejší, stál by rovnako ako vrecko na prezuvky. Koľko eur stál batoh?*

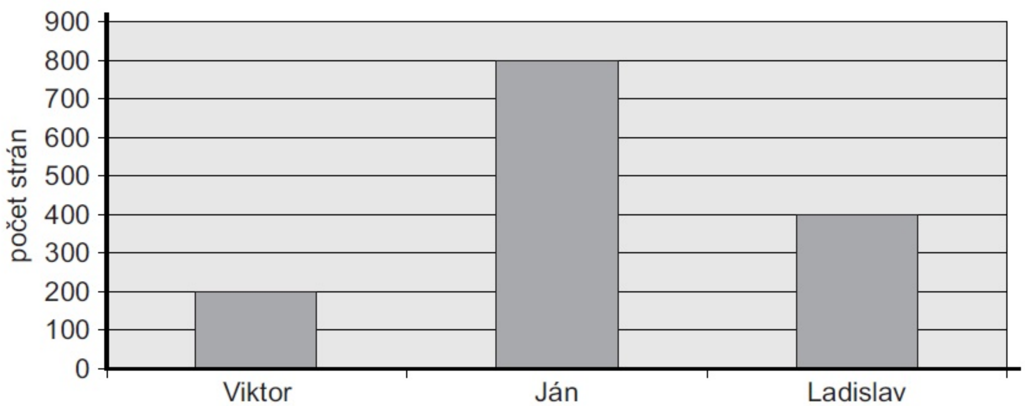
Riešenie. Označme si cenu batohu x. Potom vrecko na prezuvky stojí trikrát menej, čiže $\frac{x}{3}$. Ak by bol batoh o 30 eur lacnejší, tak by stál $x-30$, čo má byť rovnako ako vrecko na prezuvky. Takže platí: $x-30=\frac{x}{3}$. Ostránime zlomok tak, že obe strany rovnice vynásomíme číslom 3: $3x-90)=x$. K obom stranám rovnice teraz pripočítame 90, čím dostaneme $3x=x+90$, a teraz odčítame x: $2x=90$. Ostáva už iba vydeliť obe strany rovnice číslom 2: $x=45$. Batoh teda stál 45 eur.

Úloha 4 *Auto má priemernú spotrebu benzínu 6,5 litra na 100 kilometrov. Na koľko kilometrov bude stačiť plná nádrž, ktorej objem je 52 litrov, pri priemernej spotrebe?*

Riešenie. Úlohu môžeme riešiť “trojčlenkou”:
6,5 litra ... 100 km
52 litrov ... x km

Ide o priamu úmernosť, takže platí, že $52 : 6,5 = x : 100$. Teda $x = \frac{52.100}{6,5} = 800$. Plná nádrž vystačí pri priemernej spotrebe na 800 km.

Úloha 5 *Kolegovia Viktor, Ján a Ladislav napísali knihu, ktorá mala 1 400 strán. V grafe si znázornili, koľko strán napísal každý z nich. Za vydanie knihy dostali honorár 2 100 eur. Peniaze z honorára si rozdelili v takom pomere, v akom boli počty strán, ktoré napísali. O koľko menej eur dostal Viktor ako Ján?*

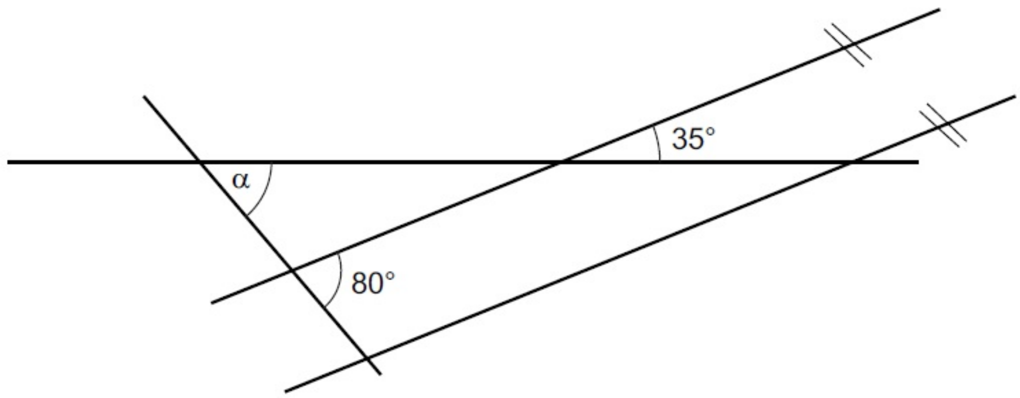


Riešenie. Najprv z grafu prečítame, koľko strán napísal každý z nich: Viktor - 200 strán, Ján - 800 strán, Ladislav - 400 strán. Spolu dostali honorár 2 100 eur za 1 400 strán, teda za 1 stranu bolo zaplatené $2100 : 1400 = 1,5$ eura. Teda Viktor dostal $200.1,5 = 300$ eur, Ján $800.1,5 = 1200$ eur a Ladislav dostal $400.1,5 = 600$ eur. Viktor teda dostal o 900 eur menej ako Ján.

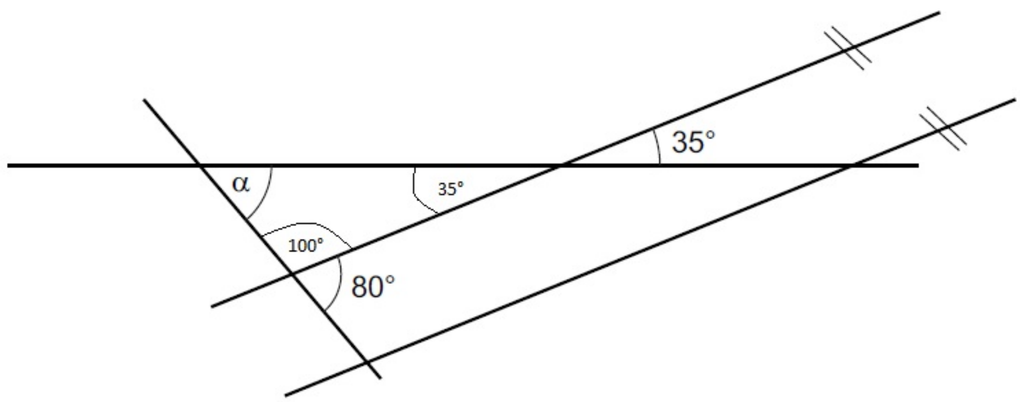
Úloha 6 *Vypočítajte hodnotu číselného výrazu* $[(-2)^2]^3$.

Riešenie. Najprv $(-2)^2 = (-2).(-2) = 4$ a teraz $4^3 = 4.4.4 = 64$. Výsledok je teda 64.

Úloha 7 *Vypočítajte veľkosť uhla α v stupňoch.*

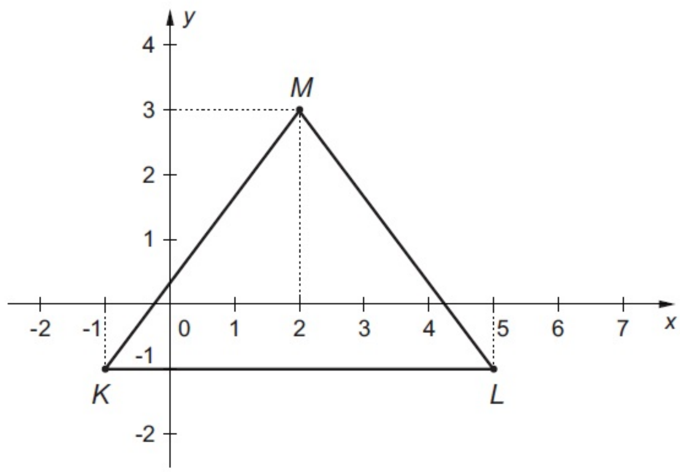


Riešenie. Vrcholový uhol k uhlu 35° má rovnakú veľkosť 35°. Susedný uhol k uhlu 80° má veľkosť 180° - 80° = 100° (viď obrázok nižšie).



Súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je vždy 180°, takže $\alpha + 35 + 100 = 180$, čiže $\alpha = 180 - 135 = 45$. Veľkosť uhla α je teda 45°.

Úloha 8 *V pravouhlej sústave súradníc je zakreslený trojuholník KLM. Koľko jednotiek dĺžky meria výška, podľa ktorej je trojuholník KLM osovo súmerný?*



Riešenie. Päta výšky leží na strane KL, takže jej y-ová súradnica je -1. Bod M má y-ovú súradnicu 3. Keďže výška je kolmá na os x, tak jej dĺžku vypočítame ako rozdiel y-ovej súradnice jej krajných bodov, takže $3 - (-1) = 3 + 1 = 4$. Výška teda meria 4 jednotky dĺžky.

Úloha 9 *V lesnej škôlke potrebujú na jednu sadenicu borovice plochu 1,25 štvorcového metra. Koľko sadeníc borovice vysadia na ploche s rozlohou 9 árov?*

Riešenie. Najprv si 9 árov premeníme na metre štvorcové. Vieme, že $1a = 100m^2$, takže $9a = 900m^2$. Ďalej použijeme "trojčlenku":
1 sadenica ... $1,25m^2$
x sadeníc ... $900m^2$

Ide o priamu úmernosť, takže platí, že $x : 1 = 900 : 1,25$. Teda $x = \frac{900}{1,25} = 720$. Vysadia teda 720 sadeníc.

Úloha 10 *Žiaci 1. ročníka sa na hodine telesnej výchovy vážili. Triedna učiteľka zapísala zistené údaje o hmotnosti žiakov do tabuľky. Koľko percent zo všetkých žiakov 1. ročníka malo hmotnosť menšiu ako 21 kilogramov?*

Žiaci 1. ročníka	**Hmotnosť v kilogramoch**					
	19,5	20	20,5	21,5	23	23,5
Chlapci	1	4	5	4	1	2
Dievčatá	4	5	2	3	1	3

RIEŠENIE. Hmotnosť menšiu ako 21 kilogramov majú žiaci, ktorí sú v tabuľke v prvých troch stĺpcoch. Zistíme teda ich celkový počet: $1 + 4 + 4 + 5 + 5 + 2 = 21$ žiakov. Celkový počet žiakov zistíme tak, že sčítame všetky čísla v tabuľke, čiže 35. Teraz potrebujeme zistiť, koľko percent je 21 z 35. To vypočítame ako $(21 : 35).100\%$, teda $0,6.100\% = 60\%$. Hmotnosť menšiu ako 21 kilogramov malo 60% žiakov prvého ročníka.

2 Úlohy s ponúkanými možnosťami

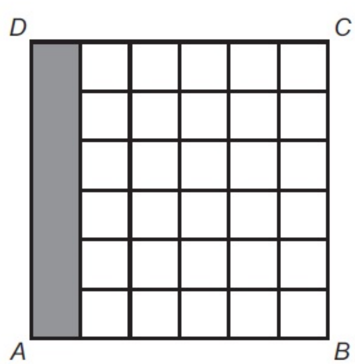
Úloha 11 *Riešením úlohy* $\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)$ *je?*

RIEŠENIE. Upravujeme výraz: $\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{3.2+7}{8} \cdot \frac{1.3-1}{3} = \frac{13}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{13.2}{8.3} = \frac{26}{24} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$.

Úloha 12 *Jankov otec vložil 2. januára 2009 v banke na vkladnú knižku sumu 3 000 eur. Banka poskytuje pre vklady do 5 000 eur ročný úrok* $0,30\%$. *Jankov otec však peniaze vybral po ôsmich mesiacoch. Aký úrok v eurách mu pripočítali?*

RIEŠENIE. Za rok by Jankov otec získal úrok $0,30\%$ z 3 000 eur, čo je 9 eur. Za 8 mesiacov však nedostane celú túto sumu, ale iba $\frac{8}{12}$. Takže $\frac{8}{12} \cdot 9 = 6$ eur.

Úloha 13 *Štvorec ABCD na obrázku je zložený z malých štvorcov. Niektoré z nich sú vyfarbené. Koľko malých štvorcov potrebujeme ešte vyfarbiť, aby štvrtina plochy štvorca ABCD zostala nevyfarbená?*



RIEŠENIE. Spolu sa štvorec ABCD skladá z $6.6 = 36$ malých štvorcov. Štvrtina tohto počtu je $36 : 4 = 9$. Deväť malých štvorcov má zostať nevyfarbených, vyfarbených teda musí byť $36 - 9 = 27$. Ale šesť ich už je vyfarbených, takže ešte potrebujeme vyfarbiť 21 malých štvorcov.

Úloha 14 *Výraz* $\frac{(x+2)^2}{x^2-4} \cdot \frac{(x-2)^2}{x+2}$, *ak* $x \neq \pm 2$, *sa rovná?*

RIEŠENIE. Upravujeme s použitím vzorcov: $\frac{(x+2)^2}{x^2-4} \cdot \frac{(x-2)^2}{x+2} = \frac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)^2}{(x+2)}$ $= \frac{(x+2)}{(x-2)} \cdot \frac{(x-2)^2}{(x+2)} = \frac{(x+2)}{1} \cdot \frac{(x-2)}{(x+2)} = \frac{1}{1} \cdot \frac{(x-2)}{1} = (x-2)$.

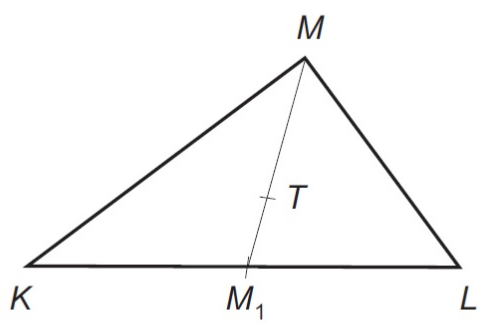
Úloha 15 *Zo vzorca pre výpočet elektrického odporu* $R = \frac{\rho \cdot I}{S}$ *vyjadrite merný odpor* ρ.

RIEŠENIE. Upravujeme: $R \cdot S = \rho \cdot I$ a ďalej $\frac{R \cdot S}{I} = \rho$. Takže $\rho = \frac{R \cdot S}{I}$.

Úloha 16 *Trenčín je od Bratislavy vzdialený 120 km. Priemerná rýchlosť cyklistu idúceho z Trenčína smerom do Bratislavy je 20* $\frac{km}{h}$. *Vypočítajte priemernú rýchlosť osobného auta, ktoré vyšlo z Bratislavy oproti cyklistovi, ak cyklista a osobné auto vyrazili v rovnaký čas a stretli sa po 90 minútach.*

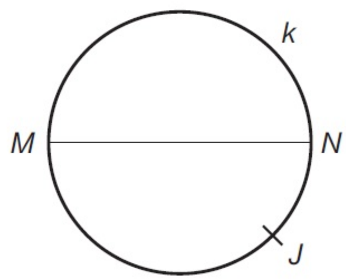
RIEŠENIE. Keďže 90 minút je 1,5 hodiny, tak cyklista za tento čas prejde $1,2 \cdot 20 = 30$ kilometrov. Od Bratislavy je teda vzdialený ešte $120 - 30 = 90$ kilometrov. Osobné auto týchto 90 kilometer prešlo za ten istý čas, čiže za 1,5 hodiny. Rýchlosť osobného auta je teda $90 : 1,5 = 60 \frac{km}{h}$.

Úloha 17 *Na obrázku je znázornený trojuholník KLM. Bod T označuje jeho ťažisko. Vzdialenosť ťažiska T od vrcholu M je 4,5 cm. Koľko centimetrov meria ťažnica* MM_1*?*

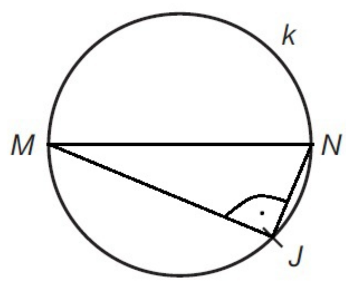


RIEŠENIE. Vzdialenosť ťažiska od vrcholu sa rovná dvom tretinám dĺžky príslušnej ťažnice. Takže $|MT| = \frac{2}{3} \cdot |MM_1|$, z čoho $|MT| \cdot \frac{3}{2} = |MM_1|$. Po dosadení: $|MM_1| = |MT| \cdot \frac{3}{2} = 4,5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{13{,}5}{2} = 6,75$ cm.

Úloha 18 *Na obrázku je znázornená kružnica k s priemerom MN. Na kružnici k leží bod J. Úsečka JN meria 12 cm, priemer kružnice MN meria 20 cm. Koľko centimetrov meria úsečka JM?*

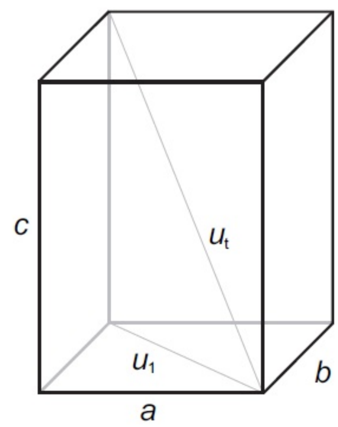


RIEŠENIE. Kružnica k je Talesovou kružnicou trojuholníku KJN, takže pri vrchole J je v tomto trojuholníku pravý uhol (viď obrázok nižšie).

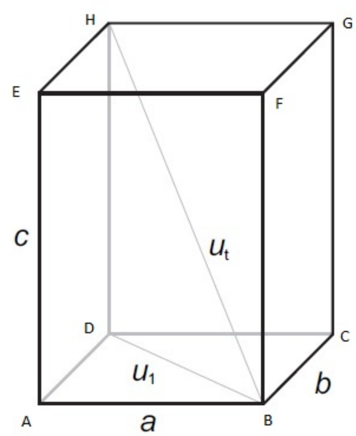


Dĺžku |JM| teda vypočítame pomocou Pytagorovej vety: $|JM|^2 = |MN|^2 - |JN|^2$. Po dosadení máme: $|JM|^2 = 20^2 - 12^2 =$ 400 - 144 $=$ 256. Z toho |JM| $=$ 16. Úsečka JM teda meria 16 centimetrov.

Úloha 19 *Dĺžka podstavy kvádra a je 3 cm. Veľkosť telesovej uhlopriečky u_t je 13 cm, veľkosť uhlopriečky v podstave kvádra u_1 je 5 cm. Aký je objem tohto kvádra?*



RIEŠENIE. Najprv si označíme všetky vrcholy kvádra (viď obrázok nižšie).



Z pravouhlého trojuholníka BHD vypočítame Pytagorovou vetou dĺžku hrany c: $c^2 = u_t^2 - u_1^2$, po dosadení $c^2 = 13^2 - 5^2 = 169$ - $25 = 144$, takže $c = 12$ cm. Stranu b vypočítame podobne z pravouhlého trojuholníka BDA: $b^2 = u_1^2 - a^2$, po dosadení $b^2 = 5^2 - 3^2 = 25$ - $9 = 16$, takže $b = 4$ cm. Objem kvádra je teda $a \cdot b \cdot c = 3 \cdot 4 \cdot 12 = 144\ cm^3$.

Úloha 20 *Koľko rôznych dvojciferných čísel môžeme vytvoriť z číslic 1, 3, 5, 7, ak sa číslice môžu aj opakovať?*

RIEŠENIE. Na miesto desiatok môžeme použiť ľubovoľnú z číslic 1, 3, 5, 7, čiže máme 4 možnosti. Nezávisle od toho môžeme všetky tieto 4 číslice použiť aj na mieste jednotiek. Všetkých možností je teda $4 \cdot 4 = 16$. Môžeme teda vytvoriť 16 rôznych dvojciferných čísel.